

# HİPOTEZ TESTLERİ ve ANLAM ÇIKARTICI İSTATİSTİK

4. SUNUM

- Gözlem ya da deneme sonucu elde edilmiş sonuçların, rastlantıya bağlı olup olmadığının incelenmesinde kullanılan istatistiksel yöntemlere **HİPOTEZ TESTLERİ** denir.
- Sonuçların rastlantıya bağlı olup olmadığı, evren parametreleri (ortalama, ortanca, varyans, vb.) üzerine kurulmuş hipotezlerin test edilmesi ile yapılır.

**Örnek 1:** A ve B diyeti arasında fark olup olmadığını araştırmak isteyen bir araştırmacı rasgele 50 kişi seğıyor ve seğıtiğı 50 kişiyi yine rasgele 2 diyet grubuna atıyor. Diyetisyen, her iki gruptaki kişilerin diyet uygulamadan önce ve sonraki BKİ'leri arasındaki farkları ölçüyor ve aşağıdaki gibi bir tablo elde ediyor.

Diyet	Denek Sayısı	BKİ farkı Ortalaması (kg/m <sup>2</sup> )	BKİ farkı Standart Sapması (kg/m <sup>2</sup> )
A	25	1.2	0.1
B	25	1.5	0.2

Acaba A ve B diyeti arasında kilo düşürme açısından fark var mıdır?

- **Örnek 2:** Kan ve kan ürünleri ile çalışan 100 hastane personelinin yapılan test sonucu 23'ünde hepatit B pozitif bulunmuştur. Bu bilgilerle kan ve kan ürünleri ile çalışan hastane personelinde hepatit B pozitif olanların oranının %15' den büyük olduğu söylenebilir mi?

- **Örnek 3:** Çalışma pozisyonunun varis oluşumu ile ilişkisini incelemek üzere yapılan bir çalışma sonucu aşağıdaki gibidir.

Çalışma Pozisyonu	Varis Oluşumu				Toplam
	VAR		YOK		
	Sayı	Yüzde	Sayı	Yüzde	
<b>Ayakta</b>	<b>25</b>	<b>0.25</b>	<b>75</b>	<b>0.75</b>	<b>100</b>
<b>Oturarak</b>	<b>10</b>	<b>0.13</b>	<b>70</b>	<b>0.88</b>	<b>80</b>
<b>Toplam</b>	<b>35</b>	<b>0.19</b>	<b>145</b>	<b>0.81</b>	<b>180</b>

Bu bilgilerle ayakta çalışanlarda varis oluşumu daha fazladır denebilir mi?

- **Örnek 4:** Farklı üç ilaç (A,B,C) kullanan üç grupta kan pıhtılaşma zamanları farklı mıdır?

İlaç	Denek Sayısı	Ortalama (sn)	Standart Sapma
A ilacı	20	40	12
B ilacı	30	56	20
C ilacı	25	50	15

- Verilen örneklerin tümünde incelenmek istenen, evren ortalaması(ları) ya da evren oran(ları) üzerine kurulmuş hipotezlerdir.
- Hipotez testlerinde iki hipotez vardır. **Birincisi,  $H_0$  ile gösterilen (NULL) yokluk hipotezi, ikincisi  $H_1$  ile gösterilen (ALTERNATİF) seçenek hipotezdir.**
- İstatistiksel hipotez testlerinin tümü  $H_0$  hipotezinin doğru olduğu varsayımı altında gerçekleştirilir.

**Örnek 1 (devam):** A ve B diyeti arasında fark olup olmadığını araştırmak isteyen bir araştırmacı rasgele 50 kişi seçiyor ve seçtiği 50 kişiyi yine rasgele 2 diyet grubuna atıyor. Diyetisyen, her iki gruptaki kişilerin diyet uygulamadan önce ve sonraki BKİ'leri arasındaki farkları ölçüyor ve aşağıdaki gibi bir tablo elde ediyor.

Diyet	Denek Sayısı	BKİ farkı Ortalaması (kg/m <sup>2</sup> )	BKİ farkı Standart Sapması (kg/m <sup>2</sup> )
A	25	1.2	0.1
B	25	1.5	0.2

Araştırmanın Hipotezi:

$H_0$  : A ve B diyetleri arasında fark yoktur.

$H_1$  : B diyeti A'ya göre daha başarılıdır.

Veya;

$H_1$  : A ve B diyetleri arasında fark vardır.



- İstatistiksel hipotez testlerinde iki tür yanılğı vardır.

Test Sonucu	Gerçek Durum	
	$H_0$ Doğru	$H_0$ Yanlış
$H_0$ Kabul	Doğru Karar	II. Tip Hata ( $\beta$ )
$H_0$ Red	I. Tip Hata ( $\alpha$ )	Doğru Karar

$\alpha$  : Anlamlılık (manidarlık) Düzeyi     $1-\alpha$ = Güven Düzeyi     $1- \beta$  : Testin Gücü

# Örnek 1 için;

<b>Test Sonucu</b>	<b>Gerçek Durum</b>	
	A ve B diyetleri arasında fark yok	A ve B diyetleri arasında fark var
A ve B diyetleri arasında fark yok ( $H_0$ Kabul)	<b>Doğru Karar</b>	<b>II. Tip Hata (<math>\beta</math>)</b>
A ve B diyetleri arasında fark var ( $H_0$ Red)	<b>I. Tip Hata (<math>\alpha</math>)</b>	<b>Doğru Karar</b>

- İstatistiksel hipotez testlerinin tümü  $H_0$  hipotezinin doğru olduğu varsayımı altında gerçekleştirilir.
- Araştırmacı, çalışmasına başlamadan önce tip I hata olasılığı için belirli bir değer öngörür. Bu değer alfa ( $\alpha$ ) değeri ile gösterilir ve genellikle 0.05 veya 0.01 gibi küçük değerler olarak alınır.

# Örnek 1 için;

Test Sonucu	Gerçek Durum	
	A ve B diyetleri arasında fark yok	A ve B diyetleri arasında fark var
A ve B diyetleri arasında fark yok ( $H_0$ Kabul)	<b>Doğru Karar</b>	<b>II. Tip Hata (<math>\beta</math>)</b>
A ve B diyetleri arasında fark var ( $H_0$ Red)	<b>I. Tip Hata (<math>\alpha</math>)</b>	<b>Doğru Karar</b>

- Diyelim ki, çalışmamızın başında tip I hata olasılığını  $\alpha=0.05$  olarak öngördük. Bunun anlamı  $H_0$  gerçekte doğru iken onu yanlışlıkla red etme olasılığımız maksimum %5 olmalı.
- İstatistiksel paket programları, bir hipotez testi sonucunda gerçekleşen I. tip hata miktarını hesaplar ve bu değere **p değeri** denir. p değeri önceden belirlenmiş  $\alpha$  değeri ile karşılaştırılarak karar verilir.

Eğer:

- $P \leq \alpha$  ise  $H_0$  red edilir. Bunun anlamı,  $H_0$ 'ı red etmekle gerçekleşen yanılgi **öngörülenden küçüktür**. Dolayısıyla rahatlıkla  $H_0$  red edilebilir.
- $P > \alpha$  ise  $H_0$  kabul edilir. Bunun anlamı gerçekleşen yanılgi öngörülenden küçük olmadığı için  $H_0$  red edilemez.

- Varsayalım ki, Örnek 1 için uygun hipotez testini kullandık ve p değerini 0.26 olarak elde ettik. Bu durumda aşağıdaki şekilde kurulan

$H_0$  : A ve B diyetleri arasında fark yoktur.

$H_1$  : B diyeti A'ya göre daha başarılıdır.

**$P > \alpha$**  için  $H_0$  kabul edilir. Bunun anlamı A ve B diyeti arasında fark yoktur.

# Hipotez Testi Aşamaları:

I. Aşama:  $H_0$  ve  $H_1$  Hipotezlerinin Belirlenmesi ve Formüle edilmesi

II. Aşama: Test Ölçütlerinin Belirlenmesi

III. Aşama: Test İstatistiğinin Değerinin hesaplanması

IV. Aşama: İstatistiksel Kararın Verilmesi ve Yorumlanması:



# Hipotez Testi Aşamaları:

## I. Aşama: $H_0$ ve $H_1$ Hipotezlerinin Belirlenmesi ve Formüle edilmesi:

- **Örnek 5:** Kolesterol ortalaması 190, standart sapması 45 olan 100 kişilik bir örneklem, kolesterol yönünden normal kabul edilebilir mi?
- $H_0$  hipotezi, evren parametreleri cinsinden ifade edilir.

- Bu örnekte öncelikle kolesterolü normal evrenin parametrelerinin bilinmesi ya da belirlenmesi gerekir.
- Kolesterolü normal evrenin ortalaması 180 standart sapması 58 ise Örneklemin çekildiği evrenin ortalamasının 180 olup olmadığını incelemek gerekir. Bu durumda yokluk hipotezimiz;

$$H_0 : \mu = 180$$

biçiminde formüle edilir.

## **$H_1$ Seçenek (ALTERNATİF) Hipotezinin Belirlenmesi ve Formüle edilmesi:**

- $H_0$  hipotezi, örneklemin kolesterolü normal bir evrenden çekildiği olduğuna göre  $H_1$  seçenek hipotezi  $H_0$ 'a karşıt olarak örneklemin kolesterolü normal olmayan bir evrenden çekildiği biçiminde olacaktır.
- Bu durumda kolesterolü normal olmayan evrenin tanımlanmasına gerek vardır.

<p>Örneklemin çekildiği evrenin ortalamasının 180'den farklıdır:</p>	<p>Örneklemin çekildiği evren ortalaması 180'den büyüktür:</p>	<p>Örneklemin çekildiği evren ortalaması 180'den küçüktür:</p>
<p><math>H_0 : \mu = 180</math> <math>H_0 : \mu \neq 180</math></p>	<p><math>H_0 : \mu = 180</math> <math>H_0 : \mu &gt; 180</math></p>	<p><math>H_0 : \mu = 180</math> <math>H_0 : \mu &lt; 180</math></p>

- Araştırmacı amacına ya da tanımlamalarına uygun olarak yokluk hipotezine karşıt olarak üç farklı seçenek hipotez kullanabilir.

### Çift Yönlü

$$H_0: \mu = 180$$

$$H_1: \mu \neq 180$$

### Tek Yönlü

$$H_0: \mu = 180$$

$$H_1: \mu > 180$$

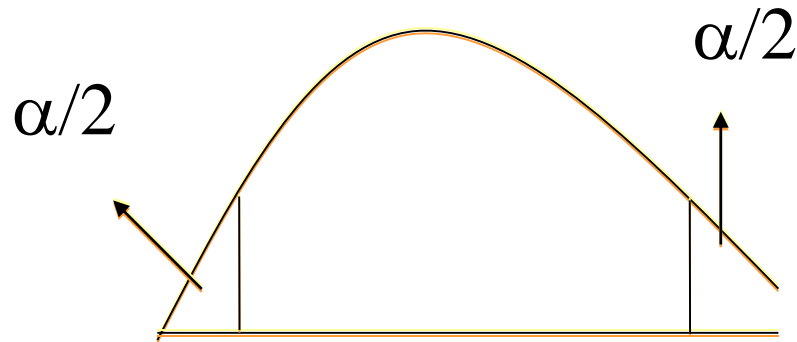
$$H_0: \mu = 180$$

$$H_1: \mu < 180$$

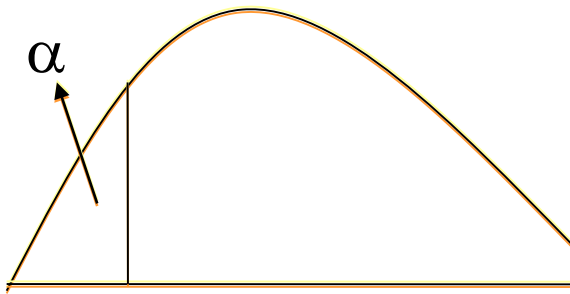
- $H_1$  seçenek hipotezinin iki ya da çok yönlü olması test sonucu karar verilme koşullarında farklılık yaratır öyle ki;  $H_1$  seçenek hipotezinin iki yönlü olması 1. Tip hata  $\alpha$  'nın ikiye bölünmesini gerektirir. Bunun nedeni  $H_1$  hipotezinin iki yönlü seçilmesi yanılığının her iki yönde öngörülmesi demek olacağından toplam 1. Tip hata olasılığı olarak tanımlanan  $\alpha$ 'nın her iki yönde  $\alpha/2$  olarak tanımlanmasını gerektirir.

$$H_0: \mu = 180$$

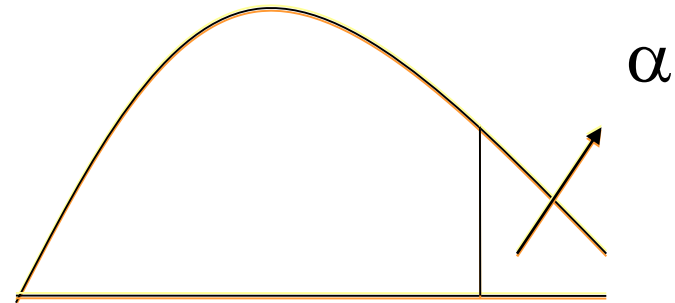
$$H_1: \mu \neq 180$$



- $H_1$  hipotezi tek yönlü iken gerçekleşen I. Tip hata  $p$ ,  $\alpha$  ile karşılaştırılırken  $H_1$  hipotezi iki yönlü iken gerçekleşen I. Tip hata  $p$ ;  $\alpha/2$  ile karşılaştırılır.



$$H_0: \mu = 180$$
$$H_1: \mu < 180$$

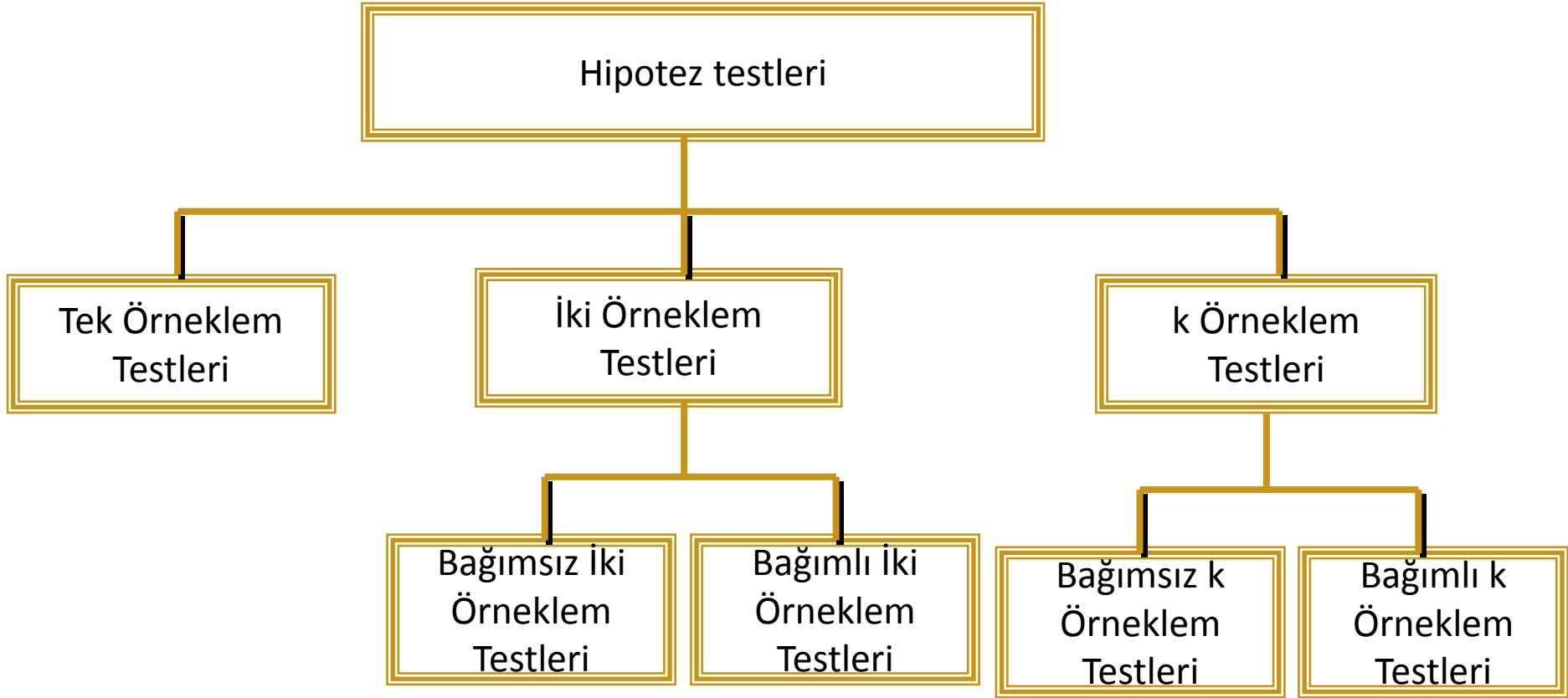


$$H_0: \mu = 180$$
$$H_1: \mu > 180$$

## II. Aşama (a): Hipotezler için uygun test veya test istatistiğinin belirlenmesi:

- Farklı hipotez testleri için değişik test istatistiklerinden yararlanılır.
- Örneğin iki örneklem ortalamasını karşılaştırmak için t test istatistiğinden yararlanırken, ikiden fazla örneklem ortalamasının birbirinden farklı olup olmadığını karşılaştırmada F test istatistiği kullanılmaktadır. Uygun testi dolayısıyla test istatistiğini seçmek hipotez testlerinin en önemli adımıdır. **Bu ders kapsamında test istatistiklerinin nasıl hesaplandığı hakkında bilgi ileride verilecektir.**

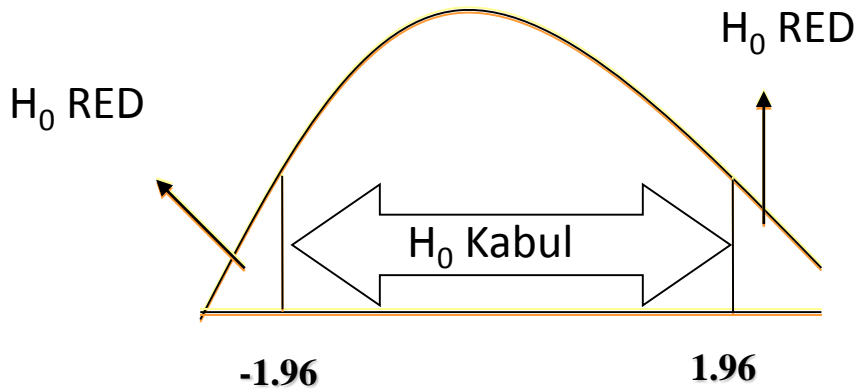




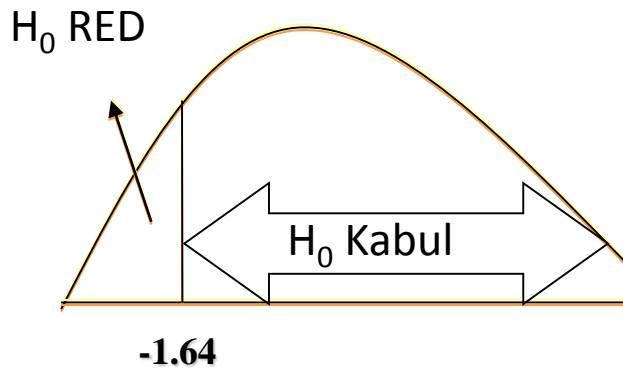
## **II. Aşama (b): İstatistiksel test için I. Tip hatanın olasılığı olan $\alpha$ 'nın belirlenmesi:**

- Çalışmalarda genellikle  $\alpha=0.05$ ,  $0.01$  gibi küçük değerler alınır.

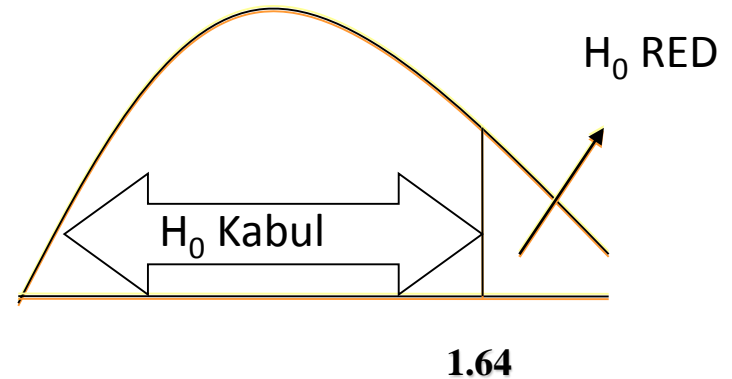
## II. Aşama (c): Belirlenen I. Tip hataya Bağlı Olarak $H_0$ Hipotezi için Kabul ve Red Bölgelerinin Saptanması:



$$H_0: \mu = 180$$
$$H_1: \mu \neq 180$$



$$H_0: \mu = 180$$
$$H_1: \mu < 180$$



$$H_0: \mu = 180$$
$$H_1: \mu > 180$$

### III. Aşama: İstatistiksel test değerinin hesaplanması:

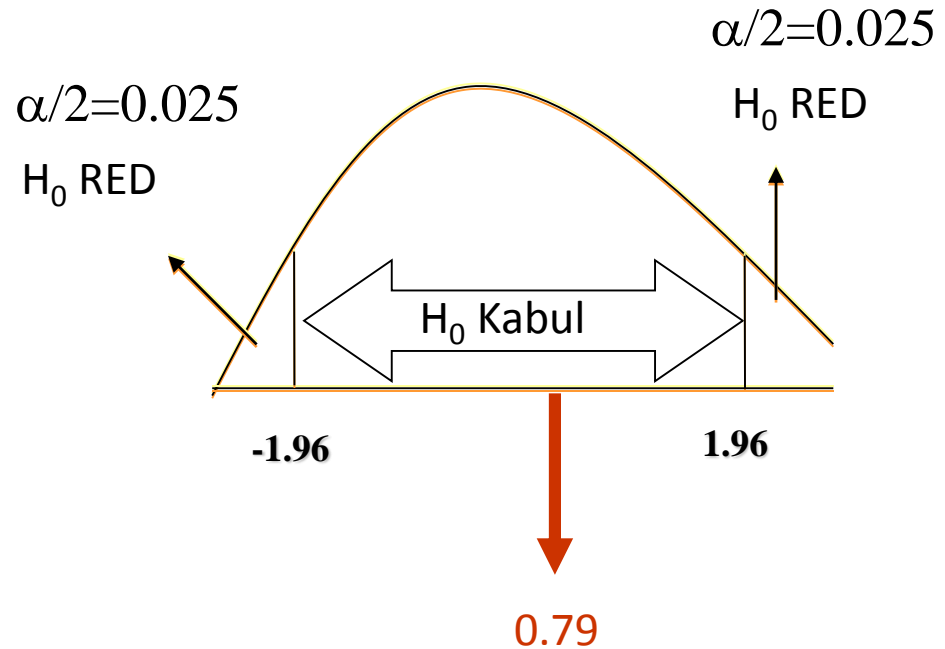
- Bu adımda daha önce kullanılmasına karar verilen test istatistiği (t, F, ki-kare vb.) değeri gözlemlerden elde edilen verilere dayalı olarak hesaplanır.

## IV. Aşama: İstatistiksel Kararın verilmesi ve Yorumlama:

- Yapılacak test sonucunda hesapla bulunan test istatistiği değeri belirli bir teorik dağılıma uyar (örneğin standart normal dağılım veya t dağılımı gibi). Eğer hesapla bulunan test istatistiği değeri teorik tablo değerine eşit ya da büyük ise **H<sub>0</sub> RED** edilir.
- Hesapla bulunan test istatistiği teorik tablo değerinden küçük ise **H<sub>0</sub> KABUL** edilir.
- Diğer bir yol ise daha önce bahsedildiği gibi test sonucunda elde edilen p değeri ile karar vermektir.
- P değeri, daha önce belirlediğimiz yanılma düzeyinden küçük ise **H<sub>0</sub> RED edilir**, eğer p değeri belirlenen hata düzeyinden büyük ise **H<sub>0</sub> KABUL** edilir.

- Örnek 5 için  $\alpha=0.05$  olarak alalım ve çift yönlü hipotez kurmuş olalım.
- Yapılan hipotez testi sonucunda hesaplanan z test istatistiği 0.79 olsun.

$$H_0: \mu = 180$$
$$H_1: \mu \neq 180$$



Dolayısıyla  $H_0$  KABUL edilir.

- Yorum: Örneklemin çekildiği evrenin kolesterol ortalaması 180'e eşittir. Dolayısıyla normal olarak kabul edilebilir.

# SERBESTLİK DERECESESİ

- Örneklemden hesaplanan bir istatistiğin evren değerini kestirmek amacıyla yapılan hesaplamalarda ya da test istatistiğinin tablo değerlerini belirlemede serbestlik derecesinin (degrees of freedom) ihtiyaç vardır.
- Serbestlik derecesinin sayısı, bir istatistiğin nihai hesaplamasında, değişiklik göstermekte serbest olan sayıdır. Bir değişkene ilişkin elde edilen puanların değişiklik gösterebilme serbestliği olarak ifade edilebilir.



# SERBESTLİK DERECESESİ

- 8 kişilik bir öğrenci grubundan eldeki 8 balonu seçmeleri istendiğini varsayalım. Burada ilk 7 öğrenci seçme hakkına sahip iken sona kalan öğrencinin seçme serbestliği yani seçme hakkı kalmamış olur. Bu durumda serbestlik derecesi  $8-1=7$  olarak alınabilir.



# SERBESTLİK DERECESESİ

- Toplamlarının 200 olduğunu bildiğimiz 3 sayı olduğunu düşünün. İlk sayıyı seçmekte özgürüz. İkinci sayıyı da seçmede özgürüz. Fakat üçüncü sayıyı seçme gibi bir özgürlüğümüz yoktur. Seçilen ilk iki sayıya göre üçüncü sayı kendiliğinden belirlenecektir. Bu durumda da serbestlik derecemiz  $3-1=2$ 'dir.

# ÖRNEKLEME DAĞILIMI ve ORTALAMANIN GÜVEN ARALIĞI TAHMİNİ

- Örneklemin dağılımı, örneklemelerden hesaplanan istatistiklerin dağılımını tanımlar. Araştırmacı, örneklemden hesaplanan bir istatistiğin evren değerini tahmin etmek için örnekleme dağılımının özelliklerini kullanır.
- Örneklemelerin ortalaması, evren ortalamasının yansız bir tahmini olarak düşünülür.

# ÖRNEKLEME DAĞILIMI

- Örneklemelerden hesaplanan istatistiklerin dağılımına örneklem dağılımı denir.
- $N$  genişliğindeki evrenden  $n$  genişliğinde elde edilen tüm örneklemelerden birer ortalama hesaplanabilir ve bu örneklem ortalamalarının bir dağılımı elde edilebilir.
- Buna ortalamaların örneklem dağılımı adı verilir.

# ÖRNEKLEME DAĞILIMI

- Aynı büyüklükteki örneklemelerden elde edilen ortalamalar ne kadar birbirine yakınsa (örneklemden örneklemeye değişim ne kadar azsa) herhangi bir örneklem sonucu o kadar güvenilir ya da kesindir.
- Eğer hesaplanan ortalamalar, bir örneklemden diğerine çok farklılık gösteriyorsa, çekilen herhangi bir örneklemden elde edilen ortalama (kestirim) o derece az güvenilir ya da kesindir.
- Bu nedenle örneklem dağılımının standart sapması kesinliğin ya da hatanın bir ölçüsü olarak kullanılır.

# ÖRNEKLEME DAĞILIMI

- Pratikte hiçbir zaman olası tüm örneklemeleri ya da bir evrenden bir çok örnekleme çekmeyiz. İstatistik kuramı elimizdeki bir örneklemden yararlanarak örnekleme dağılımının özelliklerini bulmamıza yardımcı olur.
- Normal dağılımı tanımlayan parametreler, dağılımın ortalaması ve standart sapması olduğundan bu parametrelerin özelliklerinin bilinmesi gerekir.

# Evren Ortalamasının Tahmini

- Evren ortalaması iki farklı yaklaşımla tahmin edilebilir: **Nokta tahmini** ve **aralık tahmini**.
- Evren ortalamasının nokta tahmini, örneklemden hesaplanan ortalamadır. Bu ortalamanın verilmesi standart hatanın verilmesiyle anlam kazanır.
- Aralık tahmini, evren değeri belli olasılıklarla (ör. %95) kapsayan bir güven aralığının oluşturulması işlemidir.

# Aralık Tahmini

- Aralık tahmini, bir evren değerinin tahmininde kullanılan, örneklemden hesaplanan istatistiğe dayalı olarak bulunan ve iki değerle sınırlandırılan bir aralıktır. Örneğin aşağıda ortalama için %95 güven aralığı verilmiştir.

$$\bar{x} \pm 1,96 \times \sigma_{\bar{x}}$$



# UYGUN İSTATİSTİĞİN SEÇİMİ

- Bir istatistiksel tekniğin seçiminde dikkate alınması gereken noktalar şöyle özetlenebilir:
  - Bağımlı değişkenin ölçme düzeyi
  - Alt örneklemelerin sayısı ve büyüklükleri
  - Deneysel ya da istatistiksel kontrol

## Hipotez testleri

Parametrik Hipotez Testleri

Parametrik Olmayan Hipotez Testleri

• **Örneklem(ler) rasgele olmalıdır.**

- **Evren normal dağılmalıdır.**
- **Denek sayısı 30' dan büyük olmalıdır.**

- **Evrenin normal dağılması gerekmez.**
- **Denek sayısı kısıtlaması yoktur.**

# ANALİZ TÜRLERİ

Bağımlı Değ.	Bağımsız Değ.	Analiz
Sürekli	İki kategorili	t-testi, Wilcoxon testi
Sürekli	Kategorik	ANOVA, doğrusal regresyon
Sürekli	Sürekli	Korelasyon, doğrusal regresyon
İki kategorili	Sürekli	Lojistik regresyon
İki kategorili	İki kategorili	Ki-Kare testi, lojistik regresyon